DIE BESTE GESTALT FÜR DIE SPULEN EINES NADEL-GALVANOMETERS

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT

ZU BERLIN

Von

WILHELM VOLKMANN

aus MEWE, Kr. MARIENWERDER

MIT 16 TEXTFIGUREN

Tag der Promotion: 1. August 1910

228

DIE BESTE GESTALT FÜR DIE SPULEN EINES NADEL-GALVANOMETERS

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT

ZU BERLIN

ACAD.
LAND.BAT.
BIBL.

Von

WILHELM VOLKMANN

aus MEWE, Kr. MARIENWERDER

MIT 16 TEXTFIGUREN

Tag der Promotion: 1. August 1910

Referenten:

Geh. Reg.-Rat Professor Dr. H. RUBENS

Geh. Reg.-Rat Professor Dr. M. PLANCK

Druck: BEYER & BOEHME, Berlin S.42

Meinen Pflegeeltern

WENDLAND

und

dem Andenken meiner Eltern

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535712_0031

Einleitung.

Seit langer Zeit ist bekannt, daß man bei dem Bau eines Nadelgalvanometers, das möglichst empfindlich sein soll, danach trachten muß, erstens das Magnetsystem möglichst zu verkleinern und zweitens den vorhandenen Wickelraum möglichst auszunutzen. Die erste Forderung[1]) geht aus der Erkenntnis hervor, daß die Schwingungsdauer nicht nebensächlich ist. Eine übergroße Schwingungsdauer gefährdet nämlich die Sicherheit der Messungen dadurch, daß sie den niemals fehlenden kleinen Störungen Zeit läßt, sich zu größerem Betrage zu häufen. Es kam deshalb darauf an, große Empfindlichkeit bei verhältnismäßig kleiner Schwingungsdauer zu erreichen und dazu führt die Verkleinerung der Magnete, indem sie das Verhältnis des Trägheitsmomentes zum magnetischen Drehungsmoment herabsetzt. Lange Zeit bildeten die verfügbaren Aufhängefäden ein Hindernis, diese als nützlich erkannte Maßregel anzuwenden. Ihre hygroskopischen Eigenschaften, und vor allem ihre elastische Nachwirkung zwang dazu, der magnetischen Richtkraft eine ziemlich erhebliche Größe zu geben. Die Erzeugung der Quarzfäden hat diese Schranke beseitigt.

Was nun die Ausnutzung des Wickelraumes angeht, so erkannte Schweigger[2]) bereits einige Wochen, nachdem die Ablenkung des Magneten durch den elektrischen Strom bekannt geworden war, daß eine Vermehrung der Windungen die Empfindlichkeit des Galvanometers erhöht. Uneingeschränkt richtig ist das in den Fällen, in denen der äußere Widerstand so groß ist, daß er auch bei Verwendung des dünnsten Drahtes nicht von dem Galvanometerwiderstand erreicht wird. Es trifft das zu bei Isolationsmessungen und bei Kondensatorentladungen. Daß im Gegensatz hierzu das Galvanometer bei kleinem äußeren Widerstande am besten aus wenigen dicken Windungen zu machen sei, merkte man bald, zu einer Zeit, da vom Ohmschen Gesetz

[1]) Heinrich Weber. Pogg. Ann. **137**. 121—136. 1869.

[2]) Allgem. Literaturztg. 1820.

noch nicht die Rede war. Erst Louis Schwendler[1]) gelangte aber zu der Regel, daß der Galvanometerwiderstand dem äußeren Widerstande gleich sein solle. Man braucht es übrigens hiermit nicht so ängstlich zu nehmen, wie es oft geschieht, das Maximum, um das es sich hier handelt, ist recht flach.

Die verschiedenen Windungen einer Galvanometerspule sind keineswegs von gleicher Wirksamkeit. Wenn der Widerstand nur einen gewissen Wert haben darf, so kommt es nicht allein darauf an, die wirksamen Windungen sich nicht entgehen zu lassen. Ebenso wichtig ist es, die wenig wirksamen Windungen zu vermeiden, denn durch unnütze Vermehrung des Widerstandes richten sie nur Schaden an. Diesen Sinn haben besonders die Bemühungen von Heinrich Weber[1]). Noch weiter geht J. C. Maxwell[1]), der fordert, daß Leistung und Widerstand einer jeden Windung einander proportional sein sollen, so daß also der Drahtdurchmesser von den inneren zu den äußeren Windungen zunimmt.

Maxwell hat, ohne das Willkürliche der Spezialisierung besonders hervorzuheben, seine Überlegung in die Form eines durchgerechneten Beispieles gekleidet. Das hat viele, die davon praktischen Gebrauch machen wollten, in die Irre geführt, indem sie über dem Allgemeingültigen der Methode übersahen, daß der gewählte spezielle Ansatz keine allgemeine, ja sogar praktisch überhaupt keine Bedeutung hat. Als Beispiel sei M. Th. Edelmann[2]) angeführt, aber noch Jahrzehnte später findet man bei verschiedenen Autoren unter Hinweis auf Maxwell Bemerkungen, daß die Spulen des beschriebenen Galvanometers nach dem theoretisch günstigsten Querschnitt gewickelt seien, Bemerkungen, die das gleiche Versehen vermuten lassen.

Die vorliegende Untersuchung will:

1. Die Maxwellsche Ableitung in einigen Punkten ergänzen,
2. zeigen, was in jedem Falle an die Stelle des willkürlichen Ansatzes zu setzen ist,
3. über praktische Versuche berichten, deren Ergebnis diese Methode rechtfertigt,
4. nach diesen Erfahrungen einige Galvanometertypen hinsichtlich ihres Wertes miteinander vergleichen.

---

[1]) Phil. Mag. (4). **31**. 364—368. **33**. 29—36. 1867. Pogg. Ann. **130**. 574—587. 1867.

[2]) Pogg. Ann. **137**. 121—136. 1869.

[3]) A treatise on electricity and magnetism. § 717—720.

[4]) Carls Repert. d. Physik **16**, 670—680, 1880.

I.

Das Maxwell'sche Schema und sein weiterer Ausbau.

Die Gesichtspunkte, nach denen man bei der Ausnutzung des Wickelraumes eines Galvanometers zu verfahren hat, sind von J. C. Maxwell[1]) abgeleitet worden. Allerdings sind die Resultate seiner Untersuchung, wie wir sehen werden, nicht unmittelbar verwendbar, denn die Voraussetzung, mit der er in die Rechnung hineingeht, nämlich, daß es nur auf die Feldstärke an einem einzigen, in der Mitte der Spule gelegenen Punkt ankomme, ist in der Wirklichkeit nicht annähernd erfüllt. Dennoch ist seine Untersuchung von grundlegender Bedeutung für den Galvanometerbau. Aus dem erwähnten Ansatz läßt sich eine Kurvenschar herleiten, die Maxwell leicht andeutend übergeht, um nur die Endgleichung seiner Berechnung graphisch darzustellen. Man hat nur an die Stelle dieser ersten Kurvenschar eine andere zu setzen, die für jedes Galvanometer nach einer später zu beschreibenden Art durch einfache Versuche zu finden ist. Die weitere Verarbeitung dieser Grundlage hat genau nach dem von Maxwell aufgestellten Schema zu geschehen. Auf diesem Wege gelangt man für jedes Magnetsystem zu dem Rollenpaar, das die höchste überhaupt erreichbare Wirkung ausübt. Die in der Endformel der Untersuchung liegende Wicklungsvorschrift kann tatsächlich nur mit einer gewissen Annäherung befolgt werden. Da nun einerseits die Herstellung der Spulen um so schwieriger wird, je näher man sich der theoretischen Vorschrift anlehnt, andererseits an verschiedenen Stellen der Spule eine gleich große Abweichung von der Vorschrift nicht den gleichen Einfluß auf das Gesamtergebnis hat, so war eine Querschnittsbewertung nötig, die die verschiedenen Teile des Querschnittes der Spule miteinander ihrem Werte nach vergleicht. Außer dieser Ergänzung habe ich dem Maxwellschen Schema noch eine zweite zugefügt, durch die es möglich ist, Galvanometer verschiedener Type unter gerechten Bedingungen für jedes unter ihnen miteinander zu vergleichen. Freilich hat sich hier insofern eine einschränkende Betrachtung anzuschließen, als es nicht möglich

[1]) A treatise on electricity and magnetism. § 717—720.

ist, ein Galvanometer in ganz beliebiger Größe auszuführen. Vielmehr treten bei jeder Type bei einer anderen Größe technische Schwierigkeiten ein, die bei weiterer Verkleinerung sich rasch steigern und bald eine Grenze setzen.

Das Schema soll im folgenden stellenweise in einer äußerlich von der Maxwellschen etwas abweichenden Form, aber auf seiner Voraussetzung aufgebaut werden, weil sich dabei übersichtliche und zur graphischen Darstellung besonders bequeme Verhältnisse ergeben. Es werden dabei mehrfach Schlüsse nahe liegen, deren Endausdruck sofort als unbrauchbar und der Wirklichkeit erfahrungsgemäß widersprechend erkannt wird. Man wolle aber beachten, daß in all diesen Fällen sich nur das ausdrückt, was schon oben gesagt ist, nämlich, daß der besondere Ansatz, an dem das Schema entwickelt wird, der praktischen Bedeutung entbehrt und nur der übersichtlichen Kurven wegen, die er bietet, gewählt worden ist. Die in dem Schema enthaltene allgemeine Arbeitsweise dagegen gibt zu solchen Ausstellungen keinen Anlaß und hat an den irreführenden Schlüssen keinen Teil. Es wird nach dieser Bemerkung nicht nötig sein, Schlüsse der gekennzeichneten Art im folgenden zu beachten und abzuweisen.

In der Figur 1 ist der Querschnitt einer kreisförmigen Windung vom Halbmesser ρ angedeutet. Von dem Punkte 0 aus, in dem durch diese und andere Windungen ein bei gegebener Stromstärke $\Im$ möglichst starkes Feld erzeugt werden soll, erscheint ρ unter dem Winkel ϑ, die Entfernung des Drahtes von O sei r. Demnach ist

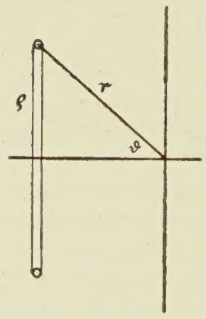

Fig. 1

$$\rho = r \sin \vartheta$$

und im Punkte O bringt die Windung die magnetische Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{2 \pi \Im \rho^2}{r^3} = 2 \pi \Im \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \qquad 1)$$

hervor. Gleiche Feldstärke geben also alle Windungen, deren Spur in der Zeichnungsebene der Polargleichung

$$r = \text{const.} \sin^2 \vartheta$$

genügt.

Für den Wert eins der Konstanten ist in der Tabelle zur Figur 2 die Rechnung ausgeführt und in Figur 2 sind für den linken oberen Quadranten des Spulenquerschnittes die berechneten Punkte eingetragen. In derselben Figur 2 ist ein Kreisbogen ausgezogen, dessen Mittelpunkt die Koordinaten $x = -0{,}12$ und $y = 0{,}5$ hat und der durch den Punkt 0 geht. Er stellt eine be-

queme Annäherung für die Kurve dar, die einer später einzuführenden Einteilung gemäß eine B-Kurve heißen soll.

Berücksichtigt man, daß die Kosten für das Drahtmaterial gering sind gegen die Kosten für die Wickelarbeit, und daß die sorgfältige Herstellung einer großen Windung kaum mehr Mühe verursacht, als die einer kleinen, so wird man schließen, daß, wenn der Widerstand gleichgültig, die ganze Spule also aus demselben dünnen Draht zu wickeln ist, die B-Kurven die zweckmäßigste Begrenzung des Spulenquerschnittes darstellen. Dies ist wohl der Gedankengang, auf Grund dessen M. Th. Edelmann diese Angabe macht. Dabei ist ihm entgangen, daß die B-Kurven untereinander ähnlich sind, und er leitet sie einzeln nach einem ziemlich umständlichen und ungenauen Verfahren ab.

Tabelle zu Fig. 2

sin ϑ	r
0,1	0,01
0,2	0,04
0,3	0,09
0,4	0,16
0,5	0,25
0,6	0,36
0,7	0,49
0,8	0,64
0,9	0,81
0,97	0,94
1,0	1,00

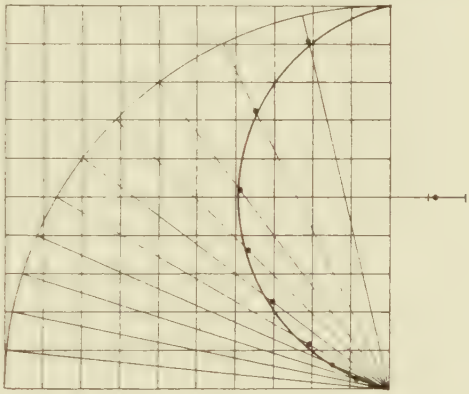

Fig. 2

Legt man dagegen Wert darauf, daß die Spule, bei höchster Feldstärke in der Mitte, einen möglichst kleinen Raum einnehme, so bestimmt eine andere Kurvenschar die beste Begrenzung. Es sei q der Querschnitt des Drahtes oder vielmehr der etwas größere Teil des Spulenquerschnittes, in dem je ein Draht liegt, dann nimmt eine Windung von der Länge $2\pi\varrho \quad 2\pi r \sin\vartheta$ den Raum $2\pi r\varrho \sin\vartheta$ ein, und das Verhältnis der magnetischen Wirksamkeit in 0 zum Raumbedarf ist für diese Windung

$$\frac{\Im}{q} \quad \frac{\sin\vartheta}{r^2}$$

Den gleichen Quotienten geben Windungen, deren Spuren auf den Kurven

$$r^2 = \text{const} \cdot \sin\vartheta$$

liegen. Sie stimmen überein mit den Kurven, die uns in Figur 3 als D-Kurven noch beschäftigen werden.

Ist der Widerstand, der um des äußeren Widerstandes willen für die Spule wünschenswert erscheint, nicht unerreichbar groß, so ist jeder Windung ihre magnetische Wirkung in 0 zugunsten, ihr Widerstand aber zuungunsten anzurechnen. Bei der Leitfähigkeit k und dem Querschnitt q ist der Widerstand w der Windung

$$w = \frac{2\,\pi\,r\,\sin\vartheta}{q\,k}$$

Er verursacht bei der Stromstärke $\mathfrak{J}$ den Spannungsabfall $\mathfrak{J} \cdot w$ oder braucht die elektrische Leistung $\mathfrak{J}^2 \cdot w$ auf, um das Feld $\mathfrak{H}$ nach Gleichung 1) aufrecht zu erhalten. Das Verhältnis der Feldstärke zur verbrauchten Leistung ist also

$$\frac{q\,k}{\mathfrak{J}} \cdot \frac{\sin\vartheta}{r^2} \qquad 2)$$

Dieses Verhältnis wird das gleiche für alle Windungen, deren Spur auf den Kurven

$$r^2 = \text{const} \cdot \sin\vartheta$$

liegt. Diese Kurven sollen D-Kurven heißen, eine von ihnen ist in der Tabelle zu Figur 3 für 10 Punkte berechnet und diese Punkte sind in Fig. 3 eingetragen. Die ausgezogene Linie besteht

Tabelle zu Fig. 3

sin ϑ	r
0,1	0,316
0,2	0,447
0,3	0,548
0,4	0,632
0,5	0,707
0,6	0,775
0,7	0,837
0,8	0,894
0,9	0,949
0,97	0,985
1,0	1,000

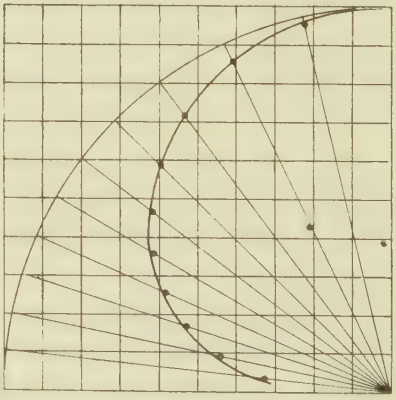

Fig. 3

aus zwei Kreisbögen, deren Mittelpunkte bei $x = 0{,}02$; $y = 0{,}39$ und bei $x = 0{,}21$; $y = 0{,}43$ liegen. Man sieht, daß sie eine vorzügliche Näherungsdarstellung der D-Kurve geben.

In dem Ausdruck 2) ist q noch verfügbar. Wählen wir es

$$q = \frac{\mathfrak{J}\,r^2}{k\,\sin\vartheta}$$

lassen wir also die Drahtquerschnitte proportional den Konstanten der D-Kurven wachsen, so wird überall in der Spule die elektrische Leistung gleich gut für die Felderzeugung am Punkte 0 ausgenutzt und das ist die beste Ausnutzung, die mit der Spule überhaupt erreicht werden kann. Es ist dabei gleichgültig, ob die Spule für geringe Stromstärke oder für geringe Spannung gebaut sein soll. Bei Draht von n-fach geringerem Querschnitt läßt sich die n-fache Länge unterbringen, diese braucht also nur den n-ten Teil des Stromes zu führen und der erfordert in dem n^2-fachen Widerstande die n-fache Spannung, also dieselbe Leistung. Praktisch werden allerdings der Isolation wegen die Verhältnisse für dünnen Draht ungünstiger.

(Will man den Einfluß der Isolationsdicke bei diesen Rechnungen mit in Betracht ziehen, so verlieren sie viel an Übersichtlichkeit. Maxwell hat am angeführten Orte die beiden Fälle untersucht, daß die Bespinnungsdicke der Drahtdicke proportional wächst, und daß sie bei allen Drahtdicken dieselbe bleibt. Im ersten Fall ändert sich nichts an den D-Kurven, im zweiten muß man die Drahtdicke langsamer mit dem Radius wachsen lassen, als Fig. 7 D angibt.)

Was nun die zweckmäßige äußere Begrenzung der Spule angeht, so setzen wir wieder die Mühe zur Herstellung einer kleinen und einer großen Windung einander gleich, was hier noch richtiger ist als früher, weil ja die kleinen Windungen aus sehr dünnem, die größeren aus dickerem Draht bestehen, der bequemer zu handhaben ist. Der Wert jeder Windung entspricht also der von ihr erzeugten Feldstärke nach Formel 1) Im Quadratzentimeter Spulenquerschnitt befinden sich nach der an 2) anknüpfenden Festsetzung l q Windungen. Der Wert des Quadratzentimeters im Spulenquerschnitt beträgt also:

$$\frac{2\pi\Im\sin^2\vartheta}{r}\cdot\frac{k}{\Im}\frac{\sin\vartheta}{r^2}=2\pi k\frac{\sin^3\vartheta}{r^3}$$

Demnach erhalten gleiche Querschnittsbewertung die Kurven

$$r = \text{const}\cdot\sin\vartheta \qquad 3)$$

Sie sollen F-Kurven heißen und bestehen, wieder auf einen Quadranten bezogen, in Halbkreisen durch den Punkt 0.

Die Gleichung 2) stellt die Forderung, den Draht vom Inneren zum Äußeren der Spule allmählich an Dicke wachsen zu lassen. Eine solche Spule soll gleichmäßig gestaffelt heißen. Praktisch ist sie nicht herstellbar, man muß sich damit begnügen, sprungweise zu staffeln und Schalen, die je aus einer Drahtdicke gewickelt sind, umeinander zu legen. Dabei fordert die Rücksicht auf gute Wirkung der Spule, daß der Drahtdurchmesser nicht zu

selten wechsele, während für billige Herstellung das Entgegengesetzte erwünscht ist. Es fragt sich also erstens, ob es zweckmäßig ist, allen Schalen die gleiche Dicke zu geben, oder ob irgendeine andere Beziehung zwischen den Dicken verschiedener Schalen größere Vorteile bietet. Zweitens hat man zu erwägen, wie dick, bei Einhaltung des günstigen gegenseitigen Dickenverhältnisses, die einzelnen Schalen werden sollen. Da endlich sowohl die sprungweise statt der gleichmäßigen Staffelung, wie auch der endliche statt des unendlichen Spulendurchmessers eine Einbuße an der theoretisch möglichen Ausnutzung der elektrischen Energie bedeuten, wird man die Einbuße auf beide Ursachen gleich verteilen, sich also die Frage vorlegen, wieviel Schalen überhaupt gewickelt werden sollen.

In einer sprungweise gestaffelten Spule sind größere Teile des Wickelraumes mit ein und derselben Drahtsorte gefüllt; sehen wir zunächst, welchen Beitrag hinzukommende gleichdicke Schichten zur Feldstärke im Spulen-Mittelpunkt und zum Spulenwiderstand liefern! Richten wir die Aufmerksamkeit auf einen engen von Radien begrenzten Ausschnitt des Querschnittes, so nimmt nach Formel 1) der Beitrag jedes Drahtes zur Feldstärke ab bei wachsendem r wie 1 r, zugleich nimmt aber die Zahl der Drähte, die in dem Ausschnitt nebeneinander Platz haben, wie r zu. Der Beitrag zur Feldstärke im Punkte 0 ist demnach der zugewickelten Schichtdicke proportional. Mit wachsendem r nimmt ferner nicht nur die Zahl der nebeneinander zu wickelnden Drähte wie r zu, sondern in demselben Maße auch die Länge jeder Windung. Der Widerstand wächst also wie r^2.

Um nun die erste der oben aufgeworfenen Fragen, die die Schalendicken miteinander vergleicht, zu beantworten, wollen wir nur die beiden Arten der Staffelung betrachten, bei denen die Grenzradien der Schalen eine arithmetische und eine geometrische Reihe bilden. Zerlegen wir jede Schale für die Überlegung in gleichdünne Schichten, und lassen wir in einer Schale den Radius vom Anfangswert n auf n + 1 anwachsen, so wächst der Widerstand der einzelnen Schichten von n^2 bis $(n + 1)^2$, also auf das

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$$

fache des Widerstandes der ersten Schicht in der Schale. Ohne über die Schichten einer Schale zu summieren, können wir schon entscheidende Schlüsse ziehen, weil wir wissen, daß jede Schicht zum Felde gleichviel beiträgt. Der Bruch $\frac{n+1}{n}$, dessen Grenzwert 1 ist, also noch mehr sein Quadrat, wird um so kleiner, je größer man n, den Innenradius der Schale, wählt. Das heißt also, daß

bei dieser arithmetischen Staffelung die äußeren Schalen die ihnen zugeführte wenige Energie besser ausnutzen, als die inneren die viel größeren Energiemengen, die sie führen. Offenbar kann man die Mühe, die das Staffeln nun einmal macht, günstiger auf die Spule verteilen.

Bei geometrischer Staffelung wächst in jeder Schale der Radius vom Anfangswert n auf a . n, der Widerstand der Schicht also auf das

$$\frac{a^2\ n^2}{n^2} = a^2$$

fache des Anfangswertes. Die Steigerung wird also, von n unabhängig für alle Schalen dieselbe. Wir wollen nun für die Feldwirkung der Schale sowohl, wie für ihren Widerstand die Summe bilden. Es kommt hierbei ausschließlich auf die Abhängigkeit vom Radius r an, wir lassen daher alles übrige zur Vereinfachung der Formeln weg. Wie oben gezeigt, bleibt der Beitrag zur Feldstärke für gleichdicke Schichten der Schale konstant, die Wirkung der ganzen Schale ist demnach bestimmt durch

$$\int_{n}^{an} dr = n\ (a-1)$$

Der Drahtquerschnitt sei für die Innenschichten der Schalen im Anschluß an Formel 2) so bestimmt, daß Beitrag zum Felde und Widerstand einander proportional werden. Das drückt sich in der folgenden Formel durch einen Nenner n^2 aus, der für jede Schale konstant ist und für die Innenschicht die verlangte Proportionalität mit dem Feldbeitrag herstellt. Der Widerstand gleichdicker Schichten nimmt, wie schon gezeigt, wie r^2 zu, die ganze Schale liefert also

$$\frac{1}{n^2}\int_{n}^{an} r^2\ dr = \frac{1}{3\ n^2}(a^3\ n^3 - n^3) = \frac{n}{3}(a^3-1)$$

Das Verhältnis der Feldwirkung einer Schale zu ihrem Widerstand erhält nun, abgesehen von konstanten Faktoren, den Wert

$$\frac{3\ (a-1)}{a^3-1} = \frac{3}{a^2+a+1} \qquad 4)$$

Die Abhängigkeit vom Radius ist hier völlig herausgefallen, diese Art der sprungweisen Staffelung ist die beste, denn sie nutzt in allen Schalen die ihnen zugeteilte elektrische Energie gleich gut aus.

Der eben abgeleitete Ausdruck kann uns ferner darüber belehren, wie dick die einzelne Schale zu wählen ist, oder, wie wir jetzt besser sagen können, welchen Einfluß der Wert des Staffelungsfaktors a auf den Wert der Spule hat. Setzt man a nur unendlich wenig größer als Eins, nimmt man also gleichmäßige Staffelung an, so erhält der Bruch 4) den Wert Eins. Je größer wir dagegen a nehmen, um so kleiner wird der Bruch, um so schlechter wird also der Wickelraum ausgenutzt. Tabelle 4 zeigt, daß mit einem von 1 auf 2 ansteigenden Staffelungsfaktor a der Bruch von 1 auf 0,43 abfällt. Soll also die Staffelung überhaupt erheblichen Nutzen haben, so muß sie ziemlich eng ausgeführt werden.

Tabelle 4

a	a^2+a+1	$\frac{3}{a^2+a+1}$
1,0	3,00	1,00
1,1	3,31	0,91
1,2	3,64	0,83
1,3	3,99	0,75
1,4	4,36	0,69
1,5	4,75	0,63
1,6	5,16	0,58
1,7	5,59	0,54
1,8	6,04	0,50
1,9	6,51	0,46
2,0	7,00	0,43

In engem Zusammenhang mit dem eben Abgeleiteten steht die Frage, wie groß man die ganze Spule machen soll. Zu ihrer Beantwortung hat man vor allem in Betracht zu ziehen, daß notwendigerweise ein gewisser Raum um den Mittelpunkt der Spule unbewickelt bleiben muß, weil man sonst ja gar nicht imstande ist, das dort erzeugte Feld in irgendeiner Weise zu benutzen. Dieser Raum, den man natürlich auf die geringsten durch die Umstände geforderten Dimensionen beschränkt, sei das Vorbild für die äußere Begrenzung der Spule in dem Sinne, daß diese ihm geometrisch ähnlich gemacht werde. Wir können uns dann auf die Betrachtung irgendeines von Radien begrenzten Ausschnittes der Spule beschränken und nennen R den Radius des Hohlraumes in der betrachteten Richtung. Die Feldwirkung der einzelnen Schichten einer gleichmäßig gestaffelten Spule nimmt mit wachsendem r ab wie $1/r^2$, die Wirkung der ganzen Spule nimmt also zu wie

$$\int_R^r \frac{1}{r^2}\,dr = 2\frac{1}{R} - 2\frac{1}{r} = \frac{2}{R}\left(1-\frac{R}{r}\right) \qquad 5)$$

Der Grenzwert, dem die Klammer mit wachsendem r sich nähert, ist Eins. Lassen wir die Spule nur bis zu einem endlichen r wachsen, so ergibt die Klammer den Bruchteil der höchstens möglichen Feldstärke, der bei dieser Begrenzung erreicht wird. Tabelle 5 enthält die Werte des Klammerausdruckes der Formel 5) für äußere Spulenradien bis zum Zehnfachen des Innenradius.

Bei der praktischen Ausführung einer Spule muß man sich für einen bestimmten Staffelungsfaktor und eine gewisse Endgröße der Spule entscheiden. Man wird zweckmäßig die Wahl so treffen,

daß man gleiche Bruchteile der Grenzleistung erhält, sowohl nach Formel 4 gegenüber einer gleichmäßig gestaffelten, wie auch nach Formel 5 gegenüber der unendlich großen Spule. Man wird also bei groß gewähltem a nur kleine Spulen wickeln, man wird aber, wenn man große Spulen wickeln will, diese auch eng staffeln.

Wie schon gesagt, werden die im vorstehenden gemachten Schlußfolgerungen sich auch für das Problem des Galvanometers richtig erweisen, nicht aber die Voraussetzung, daß es nur auf das Feld im Mittelpunkt der Spule ankomme. Weil die Formeln 1—5 aber diese Voraussetzung enthalten, dürften sie eigentlich gar nicht für den Galvanometerbau benutzt werden. Da aber mehrfach versucht worden ist, die Galvanometerspulen nach den Maxwellschen Formeln zu gestalten, sollen diese Versuche noch kurz besprochen werden, bevor wir die Voraussetzung durch eine bessere ersetzen.

Tabelle 5

$\frac{r}{R}$	$\frac{R}{r}$	$\left(1-\frac{R}{r}\right)$
1,0	1,00	0
2,0	0,50	0,50
3,0	0,33	0,67
4,0	0,25	0,75
5,0	0,20	0,80
6,0	0,17	0,83
10,0	0,10	0,90

J. C. Maxwell[1]) zeichnet einige D-Kurven in gleichen Abständen, also im Sinne einer arithmetischen Staffelung. Die B- und F-Kurven erwähnt er nicht, ebensowenig die Notwendigkeit der sprungweisen Staffelung und die Bedeutung der Größe des Staffelungsfaktors. Dagegen macht er darauf aufmerksam, daß, nachdem die Spule eine gewisse Größe erlangt hat, weitere Lagen nur noch sehr wenig die Wirkung vermehren. Es scheint, daß er seine Kurven als unmittelbar verwendbare Vorbilder für den Galvanometerbau angesehen hat, denn er berechnet die Zunahme der Drahtdicke unter Berücksichtigung der Isolationsdicke, obgleich die Formeln dadurch unübersichtlich werden.

M. Th. Edelmann[2]) scheint nach dem Schlußabsatz seiner Abhandlung die Staffelung überhaupt nicht für wichtig zu halten. Er sieht die D-Kurven für die besten äußeren Spulenbegrenzungen an. Da er übersehen hat, daß sie einander ähnlich sind, leitet er 15 von ihnen auf umständliche Weise graphisch ab, ebenso, wie die früher schon erwähnten B-Kurven, wobei die kleinsten unter ihnen recht entstellt ausfallen. Er wickelt die Spulen mit einerlei Draht bis zu der nach Heinrich Weber[3]) günstigsten Größe.

[1]) Treatise § 717—720. 1873.
[2]) Carls Repert. d. Phys. **16**. 670—680. 1880.
[3]) Pogg. Ann. **154**. 239—259. 1875.

W. B. Snow[1]) wickelt zwei Schichten, die erste bis zu 30, die zweite bis zu 60 mm Durchmesser bei 6 mm Spulenloch. Die erste Schicht aus 0,25, die zweite aus 0,5 mm dickem Draht. Er hätte sicherlich besser getan, nur bis auf 10 oder 12 mm Durchmesser zu wickeln und den Rest wegzulassen.

Bei dem Panzergalvanometer von H. du Bois und H. Rubens[2]) ist auf das ältere Galvanometer[3]) derselben Autoren verwiesen. Die dortige Zeichnung kann aber nur als ungefähres Schema gelten, tatsächlich sind die Spulen, wie ich an zwei Fünfohmspulen feststellen konnte, sehr viel günstiger gewickelt, wenn auch unnötig groß.

F. L. O. Wadsworth wickelt[4]) fünf gleichdicke Schalen und läßt den Drahtdurchmesser auf das Fünffache wachsen. Er hat die Widerstände dieser Schalen einzeln gemessen, hätte er auch ihre Wirkungen einzeln gemessen, so würde er sicher auf die Mängel dieser Staffelung aufmerksam geworden sein.

Bei verschiedenen anderen Galvanometern findet sich ohne genauere Angabe die Bemerkung, daß sie nach dem besten Achsenschnitt gewickelt seien; auch wo es nicht ausdrücklich gesagt ist, kann man in diesen Fällen wohl Anlehnung an die Maxwellschen Kurven annehmen.

---

[1]) Wied. Ann. **47**. 214—218. 1892.
[2]) Zeitsch. f. Instrk. **20**. 65—78. 1900.
[3]) Wied. Ann. **48**. 236—251. 1893.
[4]) Phil. Mag. (5) **38**. 553—558. 1894.

II.

Ableitung des besten Spulenquerschnittes aus Versuchen.

Die bisherigen Betrachtungen haben von verschiedenen Gesichtspunkten aus immer wieder gezeigt, daß es für ein empfindliches Galvanometer vor allen Dingen auf die Windungen ankommt, die den für die Bewegung der Nadel freigelassenen Raum unmittelbar umgeben. Der Radius dieser Windungen ist von derselben Größenordnung, wie der Abstand der Nadelpole von der Drehungsachse, teils größer, teils sogar etwas kleiner, doch wird man auf diese kleinsten Windungen der bequemeren Winkeltechnik wegen meist verzichten. Ein Teil dieser kleinsten Windungen, der in nächster Nähe der Nadel liegt, müßte sogar in entgegengesetztem Sinne gewickelt werden, er wird eingehender behandelt von W. E. Ayrton, T. Mather und W. E. Sumpner[1]). Bei den ungemein kurzen Nadeln, die man für empfindliche Galvanometer anwendet, haben diese Windungen keine Bedeutung, weil sie gänzlich in den Raum fallen, den man notwendigerweise frei lassen muß.

Unter den geschilderten Umständen geht es nicht mehr an, in allgemeiner Weise von einer besten Gestalt der Galvanometerspule zu reden. Für jede Form des Magnetsystems sind die magnetisch wirksamen Punkte, die man unter diesen Umständen nicht mehr als ein Polpaar zusammenfassen kann, über die Nachbarschaft der Achse verschieden verteilt. Überdies liegen sie an Orten, wo für die meisten Windungen die Feldstärke von der im Spulenmittelpunkt bereits völlig verschieden ist. Eine Berechnung der tatsächlichen Verhältnisse wäre ebenso umständlich wie unsicher. Ist das schon für einfache Magnetsysteme der Fall, so trifft es noch mehr für astatische zu, bei denen jedenfalls auch die äußeren Schichten völlig anders wirken, als nach dem Maxwellschen Ansatz berechnet wird.

Aus diesen Gründen habe ich mich bemüht, durch Versuche Daten zu gewinnen, aus denen man die drei wichtigen Kurvenscharen herleiten kann. Die Methode setzt das Magnetsystem als vorhanden voraus, und in der Tat kann man es ja, ohne die Spule zu haben,

[1]) Phil. Mag. (5) **30**. 58—95. 1890. Kap. II.

lediglich unter Rücksicht auf Trägheitsmoment und magnetisches Moment recht zweckmäßig gestalten. An dem Magnetsystem werden nun verschiedene, über den verfügbaren Wickelraum zweckmäßig verteilte Windungen einzeln geprüft. Durch diese Versuche sind dann einzelne Punkte der B-Kurven unmittelbar gefunden und die anderen Kurven leiten sich hieraus und aus den Abständen und Durchmessern der Windungen ab. Da es mir zunächst darauf ankommt, die Zuverlässigkeit der Methode zu erweisen, will ich für ein Galvanometer, das einerseits vorzüglich durchgearbeitet, das andrerseits in seinen Leistungen genau bekannt ist, neue, bessere Spule entwerfen, diese dann ausführen und durch Vergleich mit der Originalspule prüfen. Ich wähle das nicht astatische Panzergalvanometer von H. du Bois und H. Rubens; für die Überlassung zweier ungepanzerter Fünfohmspulen bin ich dem Wernerwerk der Firma Siemens & Halske zu großem Dank verpflichtet.

Das Magnetsystem habe ich so genau als möglich nach der Beschreibung gebaut, die die genannten Autoren von dem leichten System geben.[1]) Allerdings habe ich statt des Wolframstahles Uhrfederstahl genommen und, weil Absolutmessungen zunächst nicht beabsichtigt waren, durch unnötig reichliche Bemessung der unmagnetischen Teile leider das Trägheitsmoment etwa doppelt so groß gemacht, als es hätte sein sollen. Das System hing bei den Messungen an einem starken Quarzfaden. Infolge der großen Richtkraft waren die magnetischen Störungen durch die Straßenbahn, wenn auch erkennbar, so doch nicht mehr hinderlich. Andrerseits war die Richtkraft auch nicht so groß, daß die Schwingungen nicht mehr hätten gezählt werden können.

Figur 4 zeigt den Apparat, der zu den Messungen diente. Auf einem mit Stellschrauben versehenen Messingtischchen liegen drei Klötze. Auf ihnen liegt eine Messingplatte, die an einem kleinen Pfosten eine durchbohrte Spiegelglasplatte trägt, an der einige Drahtwindungen mit Schellack befestigt sind. (Eine zweite solche Platte mit kleineren Windungen liegt auf drei Klötzchen neben dem Apparat). Durch ein Loch in der Mitte der Messingplatte sind die Zuleitungen jeder einzelnen Windung nach unten durchgeführt. Zu- und Rückleitung sind ihrer ganzen Länge nach aneinander geklebt, so daß sie nicht auf den Magneten wirken können. Der untere Teil des Glasgehäuses ist aus vier quadratischen Spiegelglasplatten zusammengekittet und dann oben und unten eben geschliffen. Darauf liegt eine Spiegelglasplatte mit großem Loch. Der obere Teil ist gleichfalls aus Spiegelglas zusammengekittet und abgeschliffen. Die durchbohrte Deckplatte trägt in

[1]) Zeitschr. f. Instrk. **20**. 65—78, 1900.

einem 10 mm starken Kork den Draht, an dem der Quarzfaden festgekittet wurde. Sie war bei den Versuchen mit einem 2 kg schweren Bleiring belastet. Das Magnetsystem wurde genau in die Achse der konzentrischen Windungen gebracht, nacheinander in verschiedene Abstände von ihrer gemeinsamen Ebene, und jedesmal die Ausschläge mit Spiegel und Skala gemessen, die ein Strom von bekannter Stärke in jeder einzelnen Windung hervorbrachte. Nach jeder Berührung des Glasgehäuses wurde dasselbe angehaucht, um elektrische Ladungen auszugleichen, deren störender Einfluß sich bei den ersten Versuchen unangenehm bemerkbar gemacht

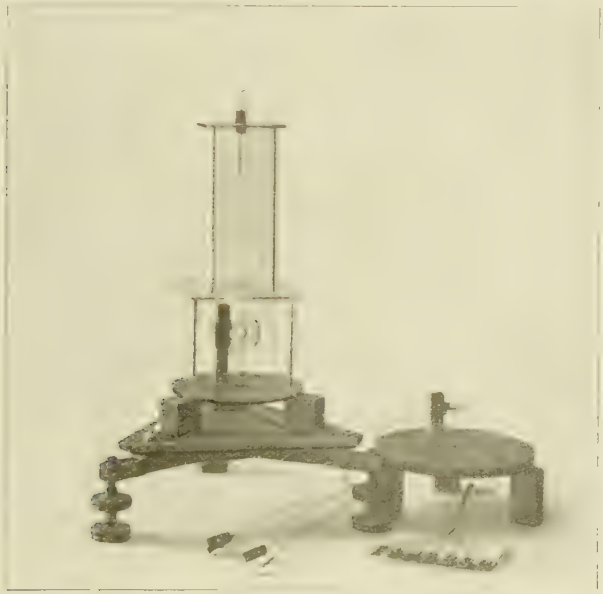

Fig. 4

hatte. Der Abstand der Magnete von der Windungsebene wurde aus größerer Entfernung mit einem Fernrohr gemessen, das statt des Fadenkreuzes eine Okularskale enthielt. Nach jeder Verschiebung am Apparat wurde die Schwingungsdauer bestimmt, um die einzelnen Meßreihen aneinander anschließen zu können.

Nachdem in tastenden Vorversuchen, die durch äußere Umstände mehrfach unterbrochen sich über eine lange Zeit hinstreckten, Apparat, Beobachtungsweise und Methode der Bearbeitung vielerlei Änderung erfahren hatten, wurden für die endgültigen Messungen Windungen hergestellt, deren Durchmesser in geometrischer Reihe wachsen sollte. Es gelang nicht ganz, die gewünschten Durchmesser einzuhalten, immerhin wurden

brauchbare Platten zustande gebracht, von denen die eine sieben Windungen mit den Halbmessern 1,05 bis 8,2 mm, die andere vier Windungen mit den Halbmessern 7,3 bis 20,1 mm in gut konzentrischer Lage trug. Die Enden der Zuleitungen waren an kleine Messingbleche gelötet, diese waren einander gegenüber auf einem Pappstückchen isoliert befestigt und der Strom wurde ihnen mit einer federnden Klammer zugeführt, deren Backen über Vorschaltwiderstand, Quecksilberwippe und Strommesser an einem Akkumulator angeschlossen waren. Ein Blick auf das von der Versuchsanordnung etwa 2 m entfernt stehende Drehspul-Zeigergalvanometer lehrte, ob die Klammer mit den Blechen guten Kontakt hatte. Der bei den Vorversuchen verwendete Luftdämpfer, der in der Figur auf der linken Ecke des Messingtischchens liegt, wurde bei den späteren Messungen nicht mehr benutzt. Durch rechtzeitige kurze Stromunterbrechungen mit einem federnden Quecksilberschlüssel konnte die Nadel schnell beruhigt werden und die Messung der Schwingungsdauer hatte mehr Wert, wenn der Dämpfer fehlte.

Die Messungen wurden in solcher Weise umgerechnet, daß sie sogleich eine absolute Empfindlichkeitsbestimmung des Galvanometers lieferten. Wenn diese auch des, wie erwähnt, zu groß geratenen Trägheitsmomentes wegen eine zu geringe Empfindlichkeit ergeben mußte, so ließ sich doch durch den Vergleich mit der Originalspule dieser Mangel korrigieren; vor allem wurde durch diese Art der Rechnung die Vergleichung des Galvanometers mit anderen Typen ermöglicht.

Nennen wir a den kommutierten, auf Bogen reduzierten Ausschlag, gemessen in Millimetern bei i Amp., d mm Skalenabstand und t Sekunden ganzer Schwingungsdauer für eine Windung, so gibt das erste Drittel der Tabelle 6 die Werte:

$$A = \frac{100\,a}{2\,d\,i\,A^2}$$

A ist also der Ausschlag für $^1/_{1000}$ Amp., 1000 mm Skalenabstand und 10 Sekunden Schwingungsdauer. Das zweite Drittel der Tabelle 6 enthält die Werte:

$$C = \frac{A}{r}$$

C ist also der in jeder Windung von $2\,\pi$ mm Drahtlänge bei $^1/_{1000}$ Amp., 1000 mm, 10 Sekunden gelieferte Ausschlag. Zugleich gibt C die Zahl der Drähte im Quadratmillimeter Spulenquerschnitt an. Sie wird hierdurch zwar größer festgesetzt, als sie in Wirklichkeit gemacht werden kann, durch die am Schluß der Rechnung zu treffende Verfügung über den Gesamtwiderstand

der Spule wird diese Zahl aber auf eine passende Größe herabgesetzt werden.

Tabelle 6

A r	0,8	1,36	1,4	3,0	3,2	5,7	5,5	10,1	10,3	20	mm Abstand
1,05	933	.	555	.	212	.	59	.	11	.	
1,42	1930	.	992	.	333	.	103	.	17	.	
2,00	3170	.	1700	.	576	.	187	.	35	.	
3,18	2900	.	2100	.	970	.	370	.	75	8	
4,08	2350	.	2020	.	1090	.	500	.	86	21	
5,65	1900	.	1520	.	1100	.	637	.	190	34	
8,20	1130	.	1080	.	940	.	670	.	270	64	
7,3	.	1220	.	1010	.	635	.	260	.	49	
10,2	.	880	.	795	.	589	.	328	.	73	
14,45	.	620	.	581	.	506	.	350	.	114	
20,1	.	453	.	444	.	408	.	335	.	152	

C r	0,8	1,36	1,4	3,0	3,2	5,7	5,5	10,1	10,3	20	mm Abstand
1,05	885	.	528	.	201	.	56	.	10	.	
1,42	1360	.	700	.	235	.	73	.	12	.	
2,00	1590	.	850	.	288	.	94	.	18	.	
3,18	910	.	660	.	304	.	116	.	24	3	
4,08	573	.	539	.	268	.	122	.	21	5	
5,65	336	.	286	.	194	.	119	.	34	6	
8,20	138	.	132	.	101	.	81	.	33	8	
7,3	.	167	.	138	.	87	.	35	.	7	
10,2	.	86	.	78	.	58	.	32	.	7	
14,45	.	43	.	40	.	35	.	24	.	8	
20,1	.	22	.	22	.	20	.	17	.	8	

E r	0,8	1,36	1,4	3,0	3,2	5,7	5,5	10,1	10,3	20	mm Abstand
1,05	825	.	293	.	43	.	3,3	.	0,1	.	
1,42	2640	.	693	.	78	.	7,5	.	0,2	.	
2,00	5030	.	1440	.	166	.	17,6	.	0,6	.	
3,18	2640	.	1380	.	294	.	32,0	.	1,8	0,0	
4,08	1240	.	1080	.	291	.	61,0	.	1,8	0,1	
5,65	640	.	435	.	213	.	75,5	.	6,5	0,2	
8,20	156	.	143	.	95	.	54,2	.	8,9	0,5	
7,3	.	204	.	140	.	55	.	9,1	.	0,3	
10,2	.	76	.	62	.	34	.	10,5	.	0,5	
14,45	.	27	.	23	.	18	.	8,4	.	0,9	
20,1	.	10	.	10	.	8	.	5,7	.	1,2	

Das letzte Drittel der Tabelle 6 gibt endlich die Werte:

$$E = \frac{A \cdot C}{1000}$$

das ist die Querschnittsbewertung, nämlich die Drahtzahl im

Quadratmillimeter multipliziert mit der Wirkung jeder ganzen Windung bei 10^{-6} Amp., 1000 mm, 10 Sek.

Die Tabelle der A-C-E-Werte gibt noch keine hinreichende Übersicht, diese wird erst durch die Kurven gleicher A-, C- und E-Werte geliefert, und diese Kurven haben für das untersuchte Galvanometer genau dieselbe Bedeutung, wie die früher abgeleiteten B-, D- und F-Kurven für das Maxwellsche Problem, sie sollen deshalb dieselben Namen bekommen. Zu ihrer Herleitung hat man drei Scharen von Hilfskurven nötig, in denen

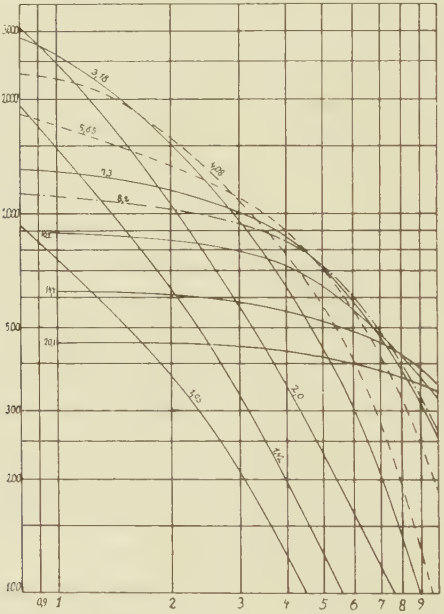

Fig. 6 A

für jeden Windungsradius der Abfall der A-, C- und E-Werte bei zunehmendem Abstand der Windung von der Mittelebene dargestellt wird. Entwirft man diese Kurven auf gewöhnlichem Koordinatenpapier, so erhalten sie eine hyperbelähnliche Gestalt. An ihrem Scheitel kommt man in Verlegenheit, wie man die Punkte verbinden soll, und die beiden Arme schneiden die Achsenrichtungen so flach, daß ein geringer Irrtum in der Linienführung das Verhältnis der Koordinaten sehr entstellt, was dann beim Aufsuchen bestimmter Punkte zu großen Fehlern führen kann. Beide Mängel verschwinden beim Gebrauch logarithmisch geteilten Papieres, wie die Figuren 6 A, 6 C und 6 E zeigen, die den Ab-

fall der A-, C- und E-Werte in wenig gekrümmten Kurven darstellen. Sucht man die Schnitte dieser Kurven mit bestimmten Ordinaten, deren Werte man nach früheren Überlegungen zweckmäßig in geometrischer Steigerung wählt, so erhält man den Inhalt der Tabelle 7, der wiederum in den Figuren 7 B, 7 D und 7 F graphisch dargestellt ist. Es zeigt also für das benutzte Magnetsystem die Figur 7B die besten Begrenzungen der Spule für Galvano-

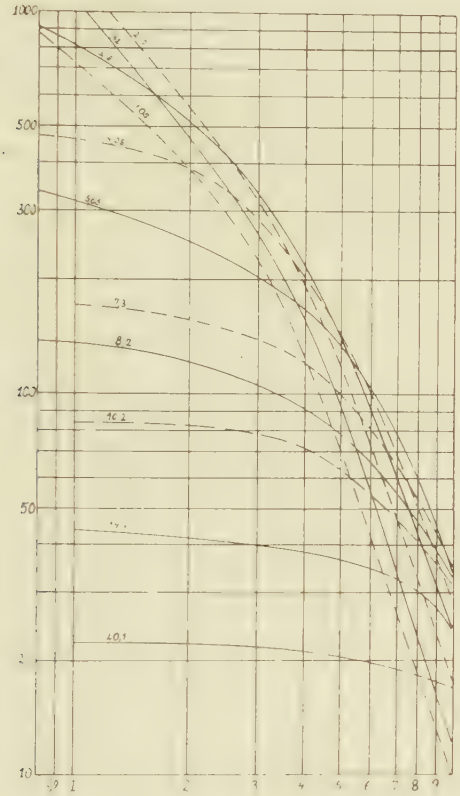

Fig. 6C

meter zu Isolations-Messungen und Kondensatorentladungen, die Figur 7D Stellen gleichen, nach Potenzen von $\sqrt{2}$ wachsenden Drahtquerschnittes in gleichmäßig gestaffelten Spulen und Figur 7F Stellen, an denen der Quadratmillimeter des Spulenquerschnittes gleichen, von Kurve zu Kurve auf die Hälfte abnehmenden Wert hat. Zum Vergleich sind gestrichelt halb so viel Maxwellschen Kurven eingetragen.

Den Fortschritt der Rechnung unterbrechend, wollen wir zunächst einmal das bisher abgeleitete an der Erfahrung prüfen.

Es waren Drähte vorhanden, deren Kupferquerschnitt nach Potenzen von 2 wuchs; als Schalenbegrenzung kam also jede zweite Kurve der Figur 7D in Betracht. Um den Raumbedarf der Isolation zu berücksichtigen, der den dünnen Draht mehr schädigt als den dicken, wurden die äußeren Schalen wachsend

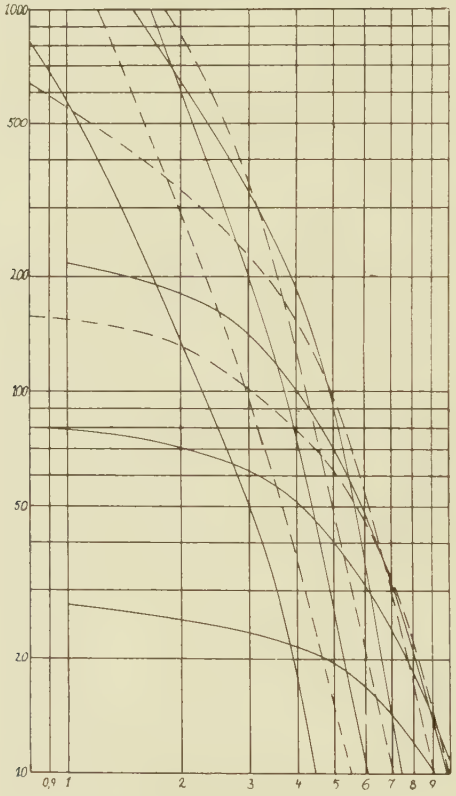

Fig. 6E

etwas stärker genommen, als 7D angibt. Ferner wurde mit der Zahl der Schalen auf 6 gegangen, d. h. so weit, als auf Grund der Kurven die richtige Schalengrenze noch sicher genug festgelegt werden konnte. Die Spule wurde auf einen Zylinder aus eisenfreiem Rotguß von 4 mm Durchmesser gewickelt, dadurch war die genaue Herstellung sehr erleichtert. Hätte der durch diesen Schaft eingenommene Raum auch noch bewickelt werden können, so wäre, wie eine Überschlagsrechnung zeigte, doch

nur ein geringer Vorteil damit zu erreichen gewesen. Der freie Raum zwischen den Spulen wurde wie beim Panzergalvanometer auf 2,5 mm festgesetzt. Die Enden jeder Schale wurden für sich

Tabelle 7

B	2800	2000	1400	1000	700	500	350	250	175	125
r										
1,05	.	.	.	0,7	1 3	1,5	2,1	2,7	3,3	4,0
1,42	.	0,8	1,1	1,4	1,9	2,4	2,9	3,5	4,2	5,0
2,00	0,9	1,2	1,6	2,1	2,6	3,7	3,9	4,7	5,8	6,8
3,18	0,9	1,5	2,1	2,9	3,7	4,7	5,6	6,4	7,3	8,2
4,08	.	1,4	2,3	3,2	4,3	5,5	6,4	7,3	8,2	9,1
5,65	.	.	1,7	3,5	5,0	6,4	7,7	8,0	10,2	11,5
8,20	.	.	.	2,3	5,2	6,9	8,6	10,4	12	14
7,3	.	.	.	.	5,1	6,7	8,4	10,2	12	14
10,2	.	.	.	.	4,2	6,7	9,3	12	14	16
14,45	.	.	.	.	.	5,7	10,3	14	18	24
20,1	.	.	.	.	.	.	9,0	14	19	24

D	800	566	400	283	200	141	100	70	50	35	25	17,5	12,5
r													
1,05	0,9	1,3	1,9	2,5	3,2	3,8	4,4	5,0	5,7	6,4	7,2	8,1	9,2
1,42	1,3	1,7	2,3	2,9	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7,0	7,9	8,7	9,8
2,00	1,5	2,0	2,6	3,2	3,9	4,6	5,4	6,1	6,9	7,8	8,9	10,0	11
3,18	1,0	1,8	2,6	3,4	4,0	5,0	5,8	6,6	7,6	9,2	9,8	11	12
4,08	.	.	1,8	3,0	4,2	5,0	6,0	7,0	8,0	9,8	10,6	12	13,5
5,65	.	.	.	1,5	3,1	4,8	6,2	7,4	8,7	9,9	11,4	13	14,5
8 20	.	.	.	.	.	.	3,4	5,7	7,6	9,6	11,6	14	16
7,3	.	.	.	.	.	2,8	5,0	6,6	8,3	10,0	11,4	13	15
10,2	.	.	.	.	.	.	.	4,2	6,6	9,2	11,6	14	16
14,45	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5,8	9,6	12	15
20,1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	8,0	14

F	1600	800	400	200	100	50	25	12,5
r								
1,05	.	0,8	1,2	1,7	2,3	3,0	3,7	4,3
1,42	1,0	1,5	1,7	2,3	2,9	3,7	4,4	5,2
2,00	1,3	1,8	2,3	3,0	3,7	4,4	5,1	5,8
3,18	1,2	2,1	2,9	3,5	4,2	4,9	5,8	6,8
4,08	1,1	1,7	2,7	3,9	4,9	5,7	6,4	7,1
5,65	.	.	1,6	3,3	5,0	6,2	7,3	8,7
8,20	.	.	.	.	3,0	5,7	7,6	8,3
7,3	.	.	.	1,5	4,0	5.9	7,6	9,3
10,2	.	.	.	.	.	4,1	6,8	9,5
14,45	.	.	.	.	.	.	2,1	7,8
20,1	.	.	.	.	.	.	.	.

herausgeführt, so daß Wirkung und Widerstand jeder einzelnen Schale noch an der fertigen Spule gemessen werden konnten. Nachdem jede Schale gewickelt und mit geschmolzenem Paraffin durchtränkt war, wurde sie photographisch in natürlicher Größe

abgebildet, die erhaltenen Bilder vereinigt Figur 8. Figur 9 zeigt in 2,5facher Vergrößerung den Spulenquerschnitt, wie er tatsächlich geworden ist, nebst den ohne Rücksicht auf die Isolation berechneten Kurven aus der Figur 7 D. Wie man sieht, ist die zweite Schale etwas zu dick geraten, das hat zur Folge, daß ihr Widerstand durch den Zutritt minder wertvoller Windungen etwas zu groß wird. Stärker noch wird die dritte Schale dadurch geschädigt, indem ihr die wertvollsten Windungen genommen sind.

Diese Spule wurde nun auf einer Messingplatte der Originalspule gegenüber, in 2,5 mm Abstand von ihr, aufgestellt und im Apparat Fig. 4 mit dem Magnetsystem geprüft. Tabelle 9 enthält

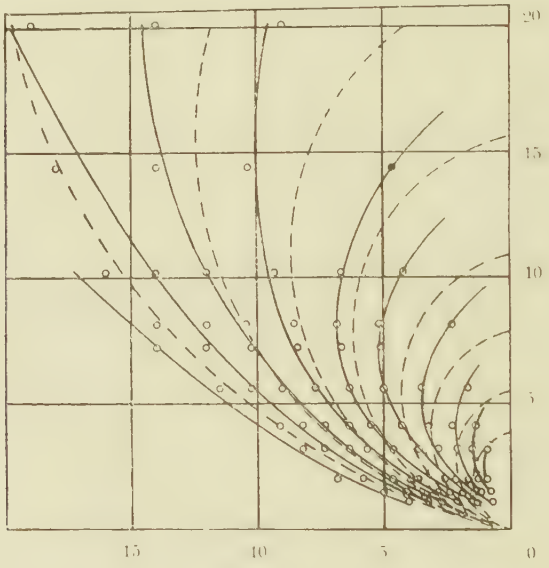

Fig. 7B

als Mittel mehrerer Versuchsreihen, bei denen der Apparat immer neu zusammengestellt wurde, die Vergleichung der Schalen miteinander, Tabelle 10 vergleicht die Spule mit der Originalspule, deren Vorderfläche in Fig. 10 in natürlicher Größe abgebildet ist.

Die Absicht der Staffelung war, die Widerstände der einzelnen Schalen ihren Wirkungen proportional zu machen; es wird ein Kennzeichen für den Wert der angewandten Methode sein, ob diese Proportionalität vorhanden ist oder nicht. Die beiden letzten Spalten der Tabelle 9 sind es also, in denen die Entscheidung liegt, und man darf wohl sagen, daß sie durchaus zugunsten der Methode aussagen. Die im Verhältnis zur Leistung etwas zu

großen Widerstände bei der zweiten und dritten Schale erklären sich, wie schon ausgeführt, aus der zu großen Dicke der zweiten Schicht, die durch ein Nachgeben der Wickelvorrichtung verschuldet ist, die fünfte Schicht hätte wohl auf einen größeren Durchmesser gebracht werden dürfen, bei der sechsten ist die Grenzkurve nicht mehr sehr sicher. Alle diese Abweichungen sind aber so gering, daß sie praktisch überhaupt nicht mehr in Betracht kommen, die Spule darf als eine vollkommene Bestätigung der Figur 7 D und ihrer Grundlagen bezeichnet werden.

Für den Vergleich mit der Originalspule ist es vorteilhaft, daß ihrem Widerstand von 5,5 Ohm der der ersten vier Schalen

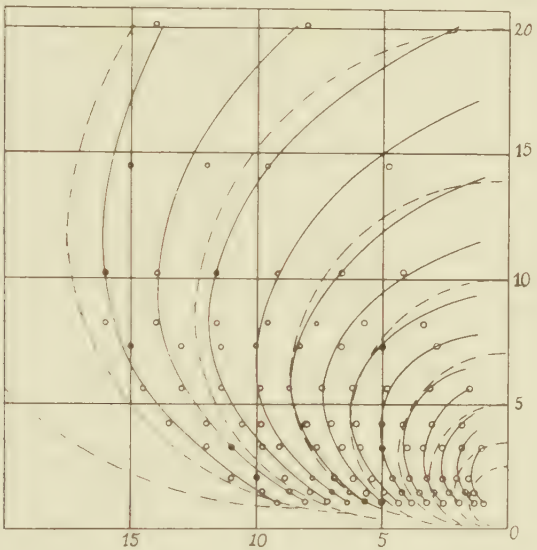

Fig. 7 D

mit zusammen 5,4 Ohm fast gleich ist; wie man aus Tabelle 10 sieht, ist auch die Wirkung fast dieselbe, nur um ein Unerhebliches zugunsten der neuen Spule verschieden. Dabei nimmt aber diese nur knapp den zwölften Teil des Raumes der Originalspule ein, und die fünfte und sechste Schale bringt nur eine so geringe Verbesserung, daß man diese Vergrößerung nicht mehr als zweckmäßig bezeichnen kann, es sei denn, daß man gleichzeitig durch engere Staffelung auch die inneren Schichten verbessert.

Nach diesen Ergebnissen kehren wir zurück zu den Figuren 7. n ihnen fallen zuerst die großen Kurven dem Auge auf und ihre

nahe Übereinstimmung mit den Maxwellschen Kurven kann den Eindruck erwecken, als ob die ganze umständliche Herleitung überflüssig sei. Nun sind aber, wie Tabelle 9 lehrt, diese großen Kurven für die Beurteilung des Verfahrens völlig belanglos, vielmehr geben die innersten Kurven den Ausschlag und bei diesen ist der Verlauf allerdings vollkommen anders, als bei den Maxwellschen. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß beim astatischen Galvanometer auch die großen Kurven keine Übereinstimmung zeigen.

Die sprungweise Staffelung hat zur Folge, daß mit der Spule nur ein Teil der Wirkung erzielt wird, den man bei gleichmäßiger Staffelung erwarten könnte. Für die Maxwellschen Kurven haben wir in Formel und Tabelle 4 diesen Teil ausrechnen können. Für die vorliegenden Spulen läßt sich die gleiche Rechnung nicht durchführen, weil die einfache Beziehung zum Radius fehlt, es bestehen aber einige Übereinstimmungen, die beurteilen lassen, inwieweit man jene Tabelle 4 für eine bestimmte Galvanometerspule als näherungsweise richtig ansehen darf.

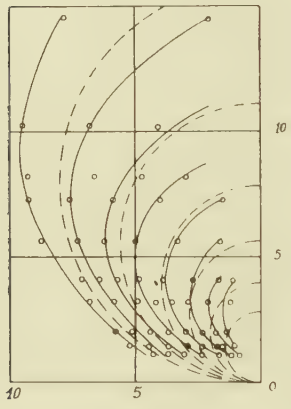

Fig. 7 F

Der Staffelungsfaktor a war definiert als der Quotient der Anfangsradien der Schalen in einer geometrisch gestaffelten Spule, er erwies sich zugleich als der Quotient der Drahtdicken. Für die Galvanometerspule fällt die erste Beziehung weg, die zweite aber bleibt bestehen und kann nun zur Definition des Staffelungsfaktors dienen. Bei jenem Problem blieb in jeder Schale die Wirkung gleichdünner Schichten konstant, die bei gleichmäßiger Staffelung auf $1/a^2$ abgefallen wäre. Jetzt sind die einzelnen Schichten der Schale nicht mehr von gleicher Wirkung, die erste aber wirkt ebenso, die letzte a^2 mal stärker, als bei gleichmäßiger Staffelung. Und der Widerstand, der früher in der Schale auf das a^2-fache anstieg, statt auf $1/a^2$ abzufallen, zeigt auch bei der Galvanometerspule am Anfang der Schicht Übereinstimmung mit der gleichmäßig gestaffelten Spule, am Ende aber den a^1-fachen Wert. Hier wie dort fällt also das Verhältnis der Wirkung zum Widerstand vom gleichen Anfangswert zum gleichen Endwert ab, nur ist die Art dieses Abfalles nicht dieselbe. Nun zeigen aber für das in Rede stehende Galvanometer die Kurven 7D, daß die Art des Abfalles nur sehr wenig verschieden sein kann.

In dieser Figur sind die Kurven für den Staffelungsfaktor $\sqrt{2}$,

die Maxwellschen Vergleichskurven aber, um die Figur nicht zu sehr zu belasten, für den Faktor $1/2$ eingetragen, es ist also jede zweite ausgezogene Kurve mit einer gestrichelten zu vergleichen. Außen liegen die Kurven in beiden Scharen etwa gleich dicht, im Innern der Spule aber folgen sich die ausgezogenen Kurven in weit größeren Abständen als die gestrichelten. Für den Quotienten der Leistung durch den Widerstand hat das die Bedeutung, daß sein Mittelwert in der Schale für die ausgezogenen Kurven ein wenig größer bleibt als für die Vergleichskurven, gering bleibt der Unterschied aber auch für die innersten Kurven. Die Tabelle 4 gibt demnach auch für diese Galvanometerspule den Einfluß des Staffelungsfaktors nahezu richtig an.

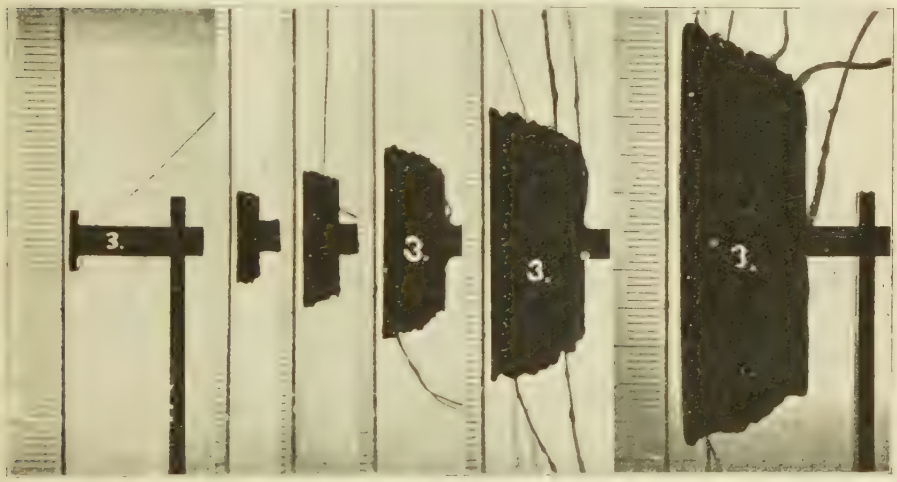

Fig. 8

Die Frage, bis zu welcher Dicke die Spule überhaupt gewickelt werden soll, läßt sich nur in der Art beantworten, daß man nach den Kurven 7F den Querschnitt Stück für Stück bewertet und für jede Schale die Summe bildet. Ein Zurückgreifen auf Formel und Tabelle 5 ist durchaus nicht angängig, denn hier ist die Beziehung zum Radius, die beim Galvanometer eben nicht zutrifft, das wesentliche.

Figur 11 stellt den Spulenquerschnitt dar, in den F-Kurven aus Figur 7 eingezeichnet sind. Auf der linken Seite ist hiernach für jeden Quadratmillimeter der Wert eingetragen, so gut er sich abschätzen läßt. Die fünfte und sechste Schale sind weggelassen, weil hier die Unterlagen schon zu unsicher werden.

In Tabelle 11 enthält die Spalte 6 die auf diese Art gewonnenen Feldsummen und darunter sind ihre Verhältniszahlen, die von denen der Tabelle 9, welche wirklich gemessen waren, allerdings sehr stark abweichen. Ein großer Teil der Abweichung erklärt sich aus dem Raumbedarf der Isolation, der bei der Summierung nicht berücksichtigt worden ist. Tabelle 11, Spalte 4 nennt die erwarteten, Spalte 5 die tatsächlich in der Schale vorhandenen Windungen. In der ersten Schale, die mit einfach umsponnenem Draht gewickelt wurde, ist der Unterschied besonders groß, in den drei anderen mit doppelt besponnenem

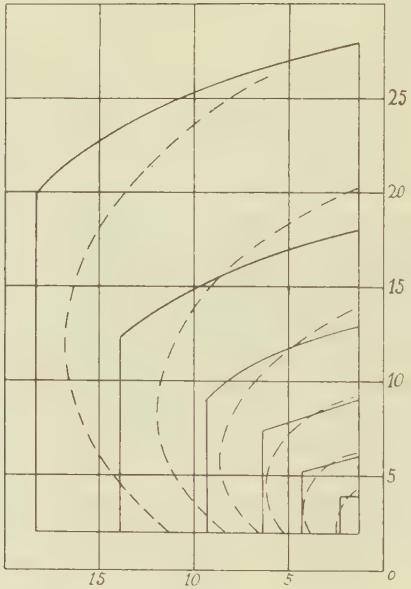

Fig. 9

Draht gewickelten Schalen nimmt er naturgemäß mit der Drahtdicke im Sinn eines Überschusses der wirklich vorhandenen Windungen zu. Ändern wir die Feldsummen im Verhältnis dieser Drahtzahlen, so ergibt sich Spalte 7, die schon besser mit der Beobachtung stimmt. Zur Erklärung der noch vorhandenen Abweichung möchte ich die Vermutung äußern, daß ein systematischer Einstellungsfehler bei den grundlegenden Messungen an den einzelnen Windungen vorliegt. Das Fernrohr mit Okularskale hat eine Objektivbrennweite von 15 cm und war 40—50 cm von den Windungen entfernt. Bei Einstellung auf die Mitte der Windungen, deren Ebene auf das Fernrohr gerichtet war, wurde also der vordere und hintere Rand

der Windungen unscharf abgebildet; ferner grenzten die Windungen einerseits an Luft, andererseits an die Glasplatte, die infolge der Unregelmäßigkeiten ihrer Kante und auch schon der Totalreflexion wegen nicht durchsichtig war. Das Bild war also durch überdeckende unscharfe Schatten, und vor allem durch Einseitigkeit schwer zu beurteilen, und es ist recht gut möglich, daß die Mitte der Windungen um 0,1 mm seitwärts von ihrem

Tabelle 9

Schale	Windungen	Drahtdicke	Drahtlänge	Volumen	Ω	Verhältnis der Widerstände	Verhältnis der Ausschläge
1	57	0,14 mm	1,14 m	0,04 cm³	1,20	1	1
2	101	0,20 „	2,23 „	0,26 „	1,47	1,23	1,21
3	146	0,28 „	5,50 „	0,75 „	1,53	1,28	1,22
4	178	0,40 „	9,00 „	2,3 „	1,20	1,00	0,99
5	188	0,56 „	12,99 „	6,3 „	0,92	0,72	0,78
6	184	0,80 „	19,18 „	27 „	0,67	0,56	0,59

wirklichen Ort vermutet wurde. Diese Tatsache wurde schon bei den Messungen erkannt, da sie aber für die zunächst nur beabsichtigte Feststellung der gegenseitigen Lage der B- und D-Kurven unschädlich war, wurde nur darauf geachtet, immer in derselben Weise einzustellen.

Nehmen wir nun an, daß alle Abstände des Magnetsystems von den Windungen um etwa 0,1 mm größer gemessen sind, als

Tabelle 10

	Ausschlag	Widerstand	Volumen
Schale 1 bis 4.....	117,7 mm	5,4 Ω	3,7 cm³
Originalspule.....	115,5 „	5,5 „	47 „
Schale 1 bis 6.....	154,6 „	7,0 „	36 „

Drahtdicken der Originalspule

0,20 0,40 0,59 0,79 mm

sie tatsächlich waren, so hat das die Bedeutung, daß sich in Figur 11 alle F-Kurven gegen die Schalengrenzen etwas nach links verschieben. Dadurch werden alle Feldzahlen etwas kleiner und die Feldsumme der ersten Schale verliert etwa 300, die der zweiten etwa 150, die der dritten etwa 60 und die der vierten etwa 20. So kommen die Zahlen der achten Spalte zustande, deren Verhältnis dem tatsächlich beobachteten nun wirklich sehr nahe kommt.

Diese hinterher gefundenen Korrektionen sind immerhin eine Rechtfertigung der Methode, sie ändern aber nichts daran, daß die Vorausberechnung der Wirkung der Spule mit einer sehr bedeutenden Unsicherheit behaftet ist, die man für die Einzelschale wohl nicht unter 25 % angeben darf. Auch muß zugegeben werden, daß bei der vortrefflichen Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung in Tabelle 9 wohl der Zufall günstig mitgewirkt hat, immerhin sind die mit Tabelle 9 endigenden Rechnungen

Fig. 10

ganz wesentlich sicherer als die letzten. Da wir übrigens den Widerstand der ganzen Spule in demselben Sinne fehlerhaft berechnen, wie die Feldwirkung, und bei der Reduktion auf die Ein-Ohm-Spule die Quadratwurzel des Widerstandes im Nenner auftritt, so kommt das Endresultat doch verhältnismäßig gut davon.

In den E-Werten, wie sie nach den F-Kurven abgeschätzt wurden, haben wir die Feldwirkung aller der Windungen, die durch je einen Quadratmillimeter des Spulenquerschnittes treten. Es sind das je C-Windungen von $2 \pi r$ mm Länge und ihren Einzel-

querschnitt an Kupfer setzen wir zu $\frac{4\pi}{30}\frac{1}{C}$ an. In diesem Faktor drückt sich der Umstand aus, daß infolge des Raumbedarfes der Isolation und des beim Wickeln zwischen den runden Drähten frei bleibenden Raumes beim doppelt mit Seide umsponnenen Kupferdraht von 0,2 mm Durchmesser nur 0,42 - $\frac{4\pi}{30}$ des Winkelraumes für das Metall übrig bleiben. Die Beziehung auf diese Drahtsorte ist in Übereinstimmung damit, daß wir in Tabelle 11 bei der ersten Berichtigung die für diesen Draht angesetzte Windungszahl fast ungeändert gelassen und die anderen

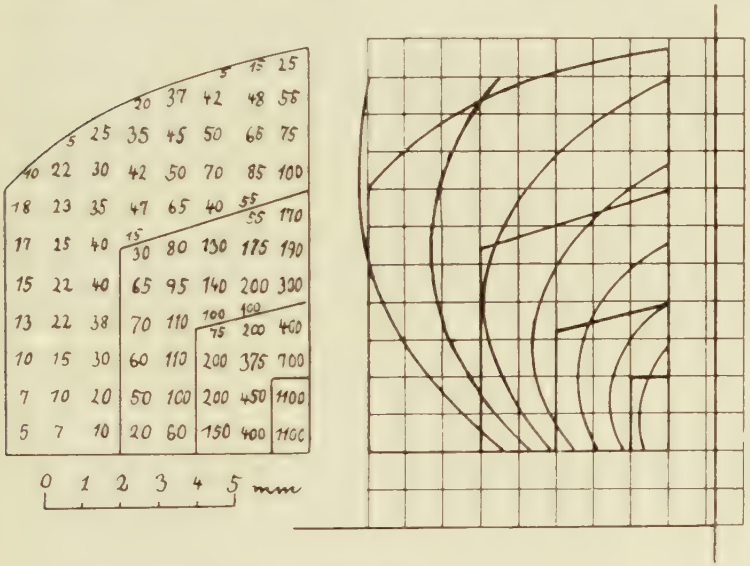

Fig. 11

berichtigt haben. Da nun rund 60 m Kupferdraht von 1 mm² Querschnitt ein Ohm Widerstand haben, so ist der Widerstand der ganzen Spule:

$$\Sigma \frac{2\pi r C}{1000} \cdot \frac{30 C}{4\pi} \cdot \frac{1}{60} = \frac{\Sigma A C}{4000} = \frac{1}{4} \Sigma E \text{ Ohm.}$$

Als Normalempfindlichkeit eines Galvanometers bezeichnet man nach dem Vorgang von W. E. Ayrton und F. Mather[1]) den Ausschlag in Millimetern, den es bei 1 Ohm Spulenwiderstand und 10 Sekunden ganzer Schwingungsdauer für 10^{-6} Amp. auf

[1]) Endgültig in Phil. Mag. (5) **46**. 349–379. 1898.

einer 1000 mm entfernten Skale anzeigen würde, wenn vollständige Proportionalität des Ausschlages mit der Stromstärke bestände. Unsere E-Werte sind schon in entsprechendem Maß angegeben, den Widerstand haben wir eben gefunden, die Normalempfindlichkeit eines Galvanometers mit zwei Spulen der berechneten Art und dem benutzten Magnetsystem ist also nach Spalte 8 der Tabelle 11:

$$\frac{2\,\Sigma\,E}{\sqrt{\tfrac{1}{2}\,\Sigma\,E}} = \sqrt{8\,\Sigma\,E} = \sqrt{8 \cdot 10210} = 285.$$

Die unmittelbare Messung hatte bei $\frac{500}{6}$ Mikroampère, 500 mm Skalenabstand und 0,69 Sekunden ganzer Schwingungsdauer einen reduzierten kommutierten Ausschlag von 117,7 mm mit einer vierschaligen Spule von 5,4 Ohm gegeben. Daher ist die Normalempfindlichkeit des zweispuligen Instrumentes:

$$\frac{117{,}7 \cdot 1000 \cdot 6 \cdot 1000}{500 \cdot 500 \cdot 0{,}69^2\sqrt{10{,}8}} = \frac{1406}{7{,}5} = 188.$$

Für den Vergleich ist nun noch zu berücksichtigen, daß sich die Berechnung auf gleichmäßig gestaffelte Spulen bezieht, bei der angewandten Staffelung haben wir nach Tabelle 4 aber nur

Tabelle 11

1	2	3	4	5	6	7	8	
			Drahtzahl					
Schale	Querschnitt mm²	angesetzt im mm²		tatsächl. in der Schale	Feld-summe	erste Berichtigung	zweite Berichtigung	
1	2	24	48	57	2200	2600	2300	
2	9	12	108	101	3150	2950	2800	
3	20	6	120	146	2410	2930	2870	
4	42	3	126	178	1600	2260	2240	
								nach Tab. 9
				Verhältniszahlen	1,00	1,00	1,00	1,00
					1,43	1,14	1,22	1,22
					1,10	1,13	1,25	1,25
					0,73	0,87	0,97	1,00

auf zwei Drittel der berechneten Wirkung beim gleichen Energieaufwand zu rechnen, es ist also die berechnete Normalempfindlichkeit mit diesem Bruch zu multiplizieren. Dann aber ergibt sich zwischen Rechnung und Beobachtung eine gute Übereinstimmung.

Es sei noch erwähnt, daß die Übereinstimmung befriedigend bleibt, wenn man der Rechnung die unberichtigten Werte der Spalte 6 in Tabelle 11 zugrunde legt. Der gefundene Wert bleibt sehr stark zurück hinter dem Wert 800, der die Normalempfindlichkeit des Panzergalvanometers darstellt. Der größte Teil des Unterschiedes ist durch das zu große Trägheitsmoment des benutzten Magnetsystems verschuldet, dessen unmagnetische Bestandteile, wie schon erwähnt, zu reichlich bemessen waren. Eine Nachmessung ergab für das Trägheitsmoment den Wert 0,00017 g cm², hiervon wäre nur die knappe Hälfte notwendig gewesen. Der Rest der Abweichung fällt dem Uhrfederstahl zur Last, der dem im Originalgalvanometer benutzten Wolframstahl bei weitem nicht an Remanenz und Koerzitivkraft gleichkommt.

Es darf wohl behauptet werden, daß die vorgeschlagene Methode durch diese Untersuchung als richtig erwiesen ist.

III.

Vergleichung einiger Galvanometertypen.

Die Betrachtungen der vorhergehenden Abschnitte haben gezeigt, daß man bei der Thomson-Type über die im Panzergalvanometer erreichte Empfindlichkeit nicht mehr viel hinauskommen kann. Natürlich kann man das ganze Instrument noch etwas kleiner ausführen, das ist jedoch eine Sache für sich, für die gewählten Dimensionen des Magnetsystems ist die erreichbare Grenze der Empfindlichkeit nahezu erreicht. Deshalb ist die Frage von einiger Bedeutung, ob vielleicht andere Galvanometertypen in dieser Hinsicht günstigere Bedingungen darbieten. Am meisten versprechen da wohl die Anordnungen von Rosenthal[1]) und André Broca[2]). Bei der ersten werden die in horizontaler Richtung umgebogenen Nadelenden achsial in die Spulen geführt, es bleiben daher die wertvollsten Windungen erhalten, die bei anderen Galvanometern dem für die Bewegung der Nadel freizulassenden Mittelspalt zwischen den Spulen geopfert werden müssen. Das Brocasche Magnetsystem, das aus zwei senkrechten Folgepolmagneten besteht, hat einfache kräftige Form, großes magnetisches bei geringem Trägheitsmoment und eine Vollkommenheit der Astasie, wie sie sonst nicht erreicht wird. Diese beiden Galvanometertypen wurden in der früher beschriebenen Weise in je fünf Formen des Magnetsystems geprüft. Die Ergebnisse, die mit den besten Formen erhalten wurden, sollen im folgenden mitgeteilt werden.

Zur Herstellung der Magnete diente runder 1 mm starker Remy-Wolframstahldraht. Er verzog sich beim Härten meist nicht merklich und es war nicht schwer, übereinstimmende Magnete anzufertigen. Wie das Stahlwerk bei der Lieferung mitteilte, hat das Material durch das zum Ausziehen so dünnen Drahtes notwendige häufige Ausglühen sehr gelitten. In der Tat zeigten Versuche, daß bei 7 mm langen Stücken die remanente Magnetisierung nicht ganz auf 100 Einheiten kam. Die Koerzitiv-

[1]) Wied. Ann. **23**. 677 . 1884.

[2]) Journal de Phys. (3) **6**. 67—71. 1897. C. R. **123**. 101—104. 1897.

kraft ist, wenn wir für den Entmagnetisierungsfaktor 0,5 nehmen, also näherungsweise 50, d. h. zwei Drittel von dem, was bestenfalls erreicht werden kann.

In dem Brocaschen Magnetsystem habe ich einen der beiden Folgepolmagnete durch einen Kupferdraht ersetzt. Zwar wird hierdurch bei gleichbleibendem Trägheitsmoment das magnetische Moment auf die Hälfte herabgesetzt, dafür gelang es mir aber, bei diesem System die Astasierung außerordentlich viel weiter zu treiben, als bei der Brocaschen Form, und ich konnte die Magnetisierung jederzeit ohne Zerlegung des Systems erneuern. Es wurden fünf Folgepolmagnete von 15, 22,5, 30, 45, 60 mm Länge in 1 mm Abstand ihrer Mitte von der Drehungsachse an den beschriebenen 11 Windungen geprüft. Die in der angegebenen Weise

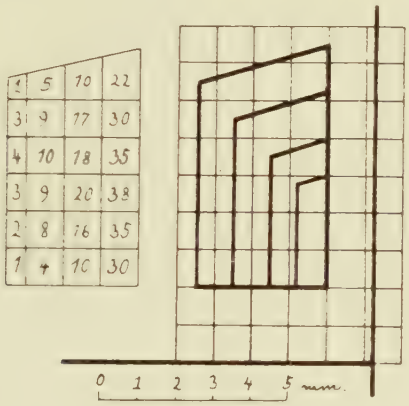

Fig. 12

gezogenen Kurven wichen von den Maxwellschen viel stärker ab, als bei dem unastatischen Panzergalvanometer. Mit wachsender Magnetlänge nehmen die Polstärken erst schnell, dann langsamer zu, zugleich verschiebt sich die größte Wirksamkeit auf größere Windungen. Nehmen wir wieder an, daß die Spulen auf einen 4 mm starken Schaft gewickelt werden, und daß sie 2,5 mm Abstand voneinander erhalten, so ergeben sich die günstigsten Verhältnisse bei 22,5 mm Magnetlänge; über die Messungen an diesem System soll nun einiges mitgeteilt werden.

Es würde zu weit führen, das ganze Kurvenmaterial dieses Galvanometers hier mitzuteilen, es sollen deshalb nur einige besondere Eigentümlichkeiten besprochen werden; sie sind wesentlich durch die Astasie bedingt. Die Windungen wirken nicht nur auf den in ihrer Achse liegenden Folgepol, sondern auch auf

die beiden entgegengesetzten Außenpole. Die Wirkung naher Windungen, deren Durchmesser kleiner als der Abstand der Außenpole ist, wird dadurch vermehrt, die Wirkung größerer Windungen wird vermindert und von einer gewissen Größe an sogar umgekehrt. Schließen wir diese Windungen, die im umgekehrten Sinne gewickelt werden müßten, von der Betrachtung aus, so müssen alle B-, D-, F-Kurven die Mittelebene innerhalb eines geringen Abstandes von der Achse schneiden. Andererseits wird für die innersten dieser Kurven der Schnittabstand von der Achse vergrößert, z. T. sogar recht beträchtlich. Der Querschnittswert E fällt von innen nach außen überaus rasch ab; es lohnt nicht, so große Spulen zu wickeln, wie beim nicht astatischen Instrument,

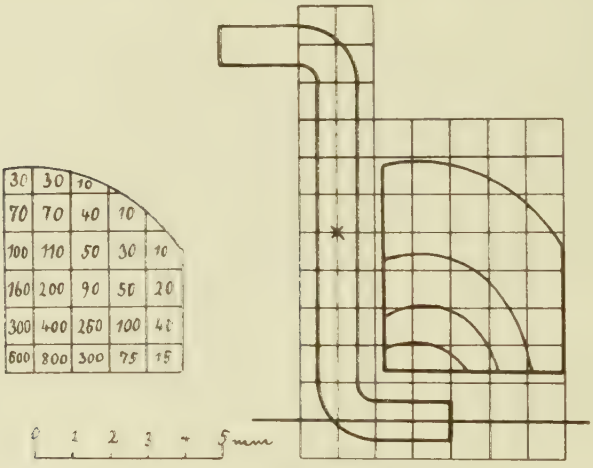

Fig. 13

dafür empfiehlt es sich aber, einen kleineren Staffelungsfaktor zu wählen. Demgemäß sind in Figur 12 vier Schalen für den Staffelungsfaktor $\sqrt{2}$ gezeichnet, links daneben befindet sich die Querschnittsbewertung.

Die Summe der in die Figur eingetragenen E-Werte ist 340, dies mit 8 multipliziert und die Wurzel ausgezogen, macht 52 und hierzu wegen der sprungweisen Staffelung den Faktor 0,83 nach Tabelle 4 gibt 43. Das Trägheitsmoment des Systems ist 0,0031 g cm². Nimmt man den Magneten näher an die Achse, verkleinert man außerdem das ganze Instrument, bis das Trägheitsmoment des Systems ebensogroß ist, wie beim Panzergalvanometer, so dürfte die Empfindlichkeit beinahe auf 250

steigen, bleibt also hinter der des Panzergalvanometers immer noch stark zurück.

Bei dem Rosenthalgalvanometer war vor allem die zweckmäßige Länge der in die Spulen hineingebogenen Enden zunächst zweifelhaft. Unter den fünf untersuchten Magneten gab der in Figur 13 mit der Spule zusammen abgebildete die besten Resultate. Die Spule ist mit vier Schalen für den Staffelfaktor $1:2$ abgebildet, das Spulenloch und der Abstand der Stirnflächen der Spulen ist auf 2,5 mm festgesetzt. Die Summe der eingetragenen E-Werte ist 3860, die Normalempfindlichkeit ist 115, das Trägheitsmoment 0,017 g cm², also 100mal größer, als beim Panzergalvanometer. Stellt man den Magneten schräg zur Umdrehungsachse, so vermindert sich das Trägheitsmoment, man kann dadurch die Empfindlichkeit noch etwa auf das Dreifache steigern, doch wird das Instrument dann durch die Trägheitsunsymmetrie so empfindlich gegen Erschütterungen, daß diese Änderung wohl keinen Vorteil gewährt. Aber auch ohne dies sieht in Anbetracht des sehr großen Trägheitsmomentes die Sache zunächst sehr günstig aus. Ich halte das aber für trügerisch. Das verzwickte Ineinandergreifen von Magnet und Spule, das nun einmal beim Rosenthalgalvanometer nicht zu vermeiden ist, stellt die größten Ansprüche an eine sehr feste und unveränderliche Aufstellung, denn der Verschiebungsmöglichkeiten, durch die das System seine freie Beweglichkeit einbüßt, sind mehr, als bei jedem anderen Galvanometer. Es dürfte kaum angehen, unter die angenommenen Maße herunterzugehen.

Es scheint nach diesen Untersuchungen, daß das Thomsongalvanometer bis auf geringe mögliche Verbesserungen in der Form, die es im Panzergalvanometer erreicht hat, allen anderen Galvanometerformen überlegen ist.

Frühere Veröffentlichungen des Verfassers.

1. Ein neuer Registrierapparat für Windrichtung. Zeitschrift für Instrumentenkunde **20**. 237—239. 1900.
2. Versuche über das hygroskopische Verhalten verschiedener Papiere. (Gemeinsam mit W. BRENNECKE). Deutsche Mechanikerzeitung 1900, 203.
3. Ueber Zugkraftversuche an Augenmagneten. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde **39**. 417—423. 1901.
4. Nebenschlußkasten für Galvanometer. Elektrotechn. Zeitschrift 1901.
5. Die Theorie der Augenmagnete. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde **40**. 1—24. 1902.
6. Ein neuer Augenmagnet. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde, **40**. 113—116. 1902.
7. Neue Augenmagnete. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde **40**. 353—358. 1902.
8. Ein neues Geradsichtprisma und ein neues Flüssigkeitsprisma. Annalen der Physik, vierte Folge **8**. 455—458. 1902.
9. Neue Seilwellenversuche. Natur und Schule **1**. 273-282, 342-350. 1902.
10. Folgerungen für die Praxis aus der Theorie der Augenmagnete. Bericht über die 30. Versammlung der ophthalmologischen Gesellschaft. Heidelberg 1902. 91—104.
11. Nebenschlußkasten zum Drehspulgalvanometer. Annalen der Physik, vierte Folge **10**. 217—221. 1903.
12. Kleine Neuerungen an der Ablesung mit Spiegel und Fernrohr. Annalen der Physik, vierte Folge **11**. 654—655. 1903.
13. Anmerkungen zu Prof. Dr Th. EDELMANNs Untersuchungen über die beste Form des Prof. SCHLÖSSERschen Augenmagneten. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde **41**. 444 448. 1903.
14. Neue Formen meiner Augenmagnete. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde **41**. 217—222. 1903.
15. Ueber die Bedingungen, unter denen die elektrische Ladung eines Luftballons zu seiner Zündung führen kann. Illustrierte aëronautische Mitteilungen **7**. 399—405. 1903.
16. Ueber die Bedingungen, unter denen die Ortsveränderung eines Ballons elektrische Ladungen auf ihm hervorbringen kann. Illustrierte aëronautische Mitteilungen **8**. 121—130. 1904.
17. Ein Geisermodell. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **18**. 158. 1905
18. Zur Demonstration der Lichtbrechung. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **18**. 286. 1905.
19. Versuche mit Lametta. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **18**. 286—289. 1905.

20. Der Aufbau physikalischer Apparate aus selbständigen Apparatenteilen (Physikalischer Baukasten). VII und 96 Seiten. Berlin, Julius Springer 1905.
21. Der Projektionsapparat und sein Platz im Hörsaal. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **19**. 7—10. 1906.
22. Das Tellurium in der Schule. Zeitschrift für Lehrmittelwesen und pädagogische Literatur **2**. 74—79. 1906.
23. Zwei Versuche zur Erläuterung astronomischer Bewegungen. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **19**. 283—285. 1906.
24. Ein objektiver Beugungsversuch zur ABBEschen Theorie des Mikroskopes. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **20**. 23—26. 1907.
25. Pappkästen für physikalische Sammlungen. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **20**. 108. 1907.
26. Objektive Darstellung sekundärer Spektren. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **20**. 169—170. 1907.
27. Elektrische Fingerregel. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **21**. 40. 1908.
28. Wage und Wägungsart zur genauen Gewichtsvergleichung. Deutsche Mechanikerzeitung 1908. 201 - 204.
29. Die Interferenzfarben dünner Blättchen. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **22**. 32—38. 1909.
30. Eine merkwürdige Resonanzerscheinung. Naturwissenschaftliche Wochenschrift, N. F. **7**. 734. 1909.
31. Ueber einen zuverlässigen Interferenzspiegel und ein einfaches Interferenzprisma. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **22**. 94—96. 1909.
32. Die BREWSTERschen Interferenzstreifen. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht **22**. 173—174. 1909.
33. Eine billige Linsenfassung. Billige und handliche Vorschaltwiderstände. Neue Formen meiner Rohrstative und Kreuzmuffen. Uhrmacherwerkzeug als Laboratoriumsgerät. Physikalische Zeitschrift **10**. 645 - 647. 1909.
34. Referate über Magnetismus, Elektrooptik und Magnetooptik in den Fortschritten der Physik seit 1897.

Lebenslauf.

Als Sohn des evangelischen Gefängnisgeistlichen Theodor Volkmann wurde ich, Karl Bernhard Wilhelm am 31. Dezember 1872 zu Mewe in Westpreußen geboren. Mein Vater kam im folgenden Jahre in gleicher Stellung nach Cottbus und ist dort, ein Jahr nach meiner Mutter, gestorben im Jahre 1880. Mein Oheim, Missionsinspektor Pastor Wendland in Berlin, nahm mich in sein Haus auf, und ich besuchte von da aus das Sophiengymnasium in Berlin, das ich Ostern 1893 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Auf den Universitäten Berlin und Königsberg hörte ich bis Ostern 1898 physikalische, chemische und philosophische Vorlesungen und besuchte die physikalischen und chemischen Übungen. Ostern 1898 wurde ich Assistent am physikalischen Kabinett der kgl. landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin, in dieser Stellung blieb ich bis zum Oktober 1909. Hier gaben mir die Schwierigkeiten der Vorbereitung der Vorlesung in einem mangelhaft ausgerüsteten Hörsaal, der zu anderen Zwecken viel benutzt, nur eine Stunde vor der Vorlesung frei wurde, und der Übungen, in denen jedes Plätzchen des knappen Raumes ausgenutzt werden mußte, und an feste Plätze für die Apparate nicht zu denken war, die Anregung, auf Verbesserungen des Materials, insbesondere des zu Improvisationen nötigen, bedacht zu sein. Zu umfassenderen Bemühungen in dieser Richtung wurde ich getrieben, als Herr Professor Börnstein Übungen mit Unterrichtsapparaten einführte. Die Ergebnisse habe ich, außer in kleineren Mitteilungen, in einem Buch niedergelegt (No. 20 der vorstehenden Liste). Die Promotionsprüfung bestand ich am 2. Juni 1910.

Wilhelm Volkmann.